

**Meccanica delle Vibrazioni (9 CFU) - Prova pratica in aula - 13.01.2020**

**Test n.1**

Si consideri il sistema vibrante rappresentato in Fig. 1; il sistema si muove nel piano verticale ed è quindi soggetto all'azione della gravità. Supponendo che l'asta compia piccole oscillazioni e che la bielletta di collegamento fra l'asta e il carrello abbia massa trascurabile, si chiede di:

1. scrivere l'equazione di moto del sistema con il metodo degli equilibri dinamici, utilizzando come coordinata lo spostamento  $x$  del carrello;
2. calcolare la frequenza propria del sistema, in assenza e in presenza di smorzamento;
3. calcolare le radici del polinomio caratteristico e indicare la loro posizione nel piano complesso (in assenza e in presenza di smorzamento);
4. supponendo di aver scollegato lo smorzatore, calcolare il moto del carrello supponendo il sistema parta da fermo con l'asta inclinata di  $5^\circ$  in senso antiorario rispetto alla verticale;
5. calcolare la legge di moto del carrello  $x(t)$ , con lo smorzatore collegato, utilizzando sempre le condizioni iniziali indicate al punto precedente;
6. rappresentare l'andamento qualitativo del moto del carrello  $x(t)$  in assenza e in presenza di smorzamento.

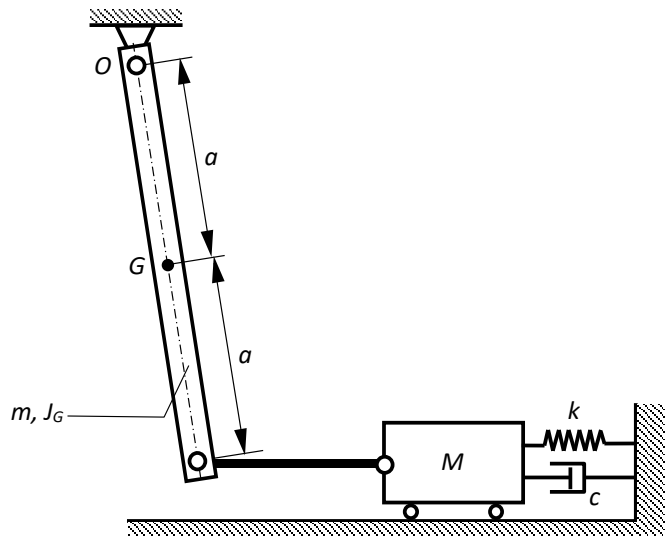


Figura 1

**Dati**

- Massa del carrello .....  $M = 7 \text{ kg}$
- Massa dell'asta .....  $m = 3 \text{ kg}$
- Momento d'inerzia baricentrico dell'asta .....  $J_G = 0.16 \text{ kg m}^2$
- Semi-lunghezza dell'asta .....  $a = 400 \text{ mm}$
- Rigidezza .....  $k = 500 \text{ N/m}$
- Costante di smorzamento .....  $c = 25 \text{ Ns/m}$

## Test n.2

Per il sistema rappresentato in Fig. 2, supponendo assenza di strisciamenti fra i corpi a contatto, si chiede di:

1. calcolare la rigidezza equivalente delle due molle in alto a sinistra;
2. scrivere l'equazione di moto con il metodo di Lagrange, utilizzando come coordinata la rotazione  $\varphi$  del corpo rotante superiore;
3. calcolare il fattore di smorzamento del sistema;
4. calcolare il moto del sistema quando la forza  $F$ , applicata alla slitta inferiore, subisce una variazione a gradino all'istante  $t = 0$  (si considerino condizioni iniziali nulle).

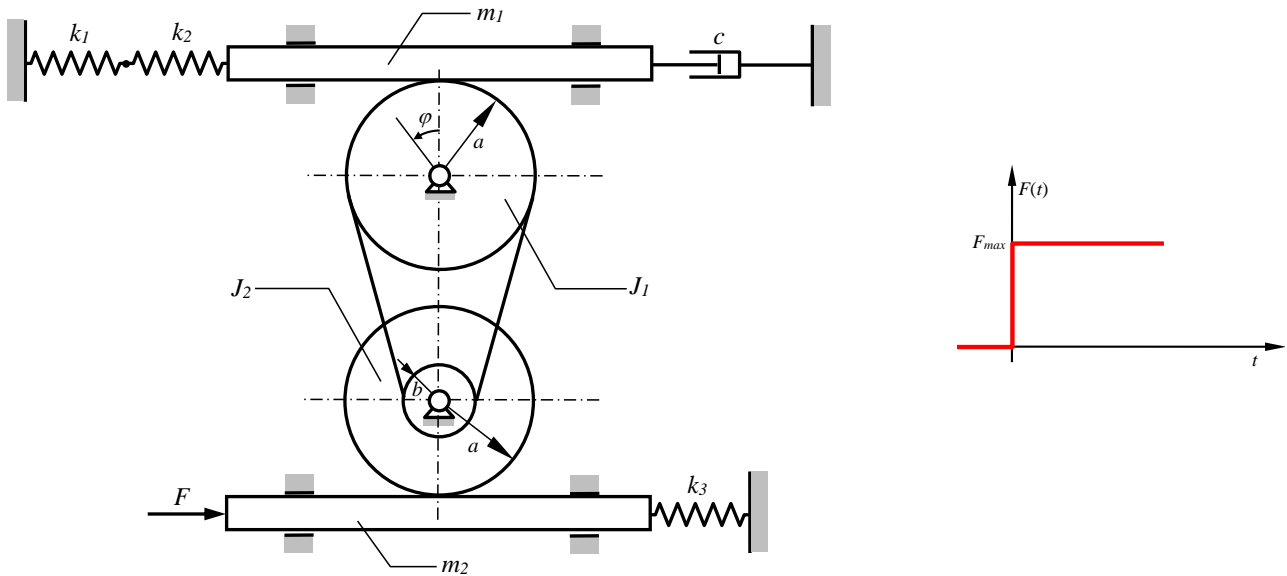
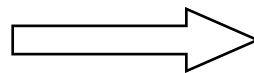


Figura 2

- Massa delle slitte .....  $m_1 = 10 \text{ kg} \dots m_2 = 13 \text{ kg}$
- Momento d'inerzia del corpo rotante superiore .....  $J_1 = 0.2 \text{ kg m}^2$
- Momento d'inerzia del corpo rotante inferiore .....  $J_2 = 0.25 \text{ kg m}^2$
- Rigidezze delle molle .....  $k_1 = 1000 \text{ N/m} \dots k_2 = 600 \text{ N/m} \dots k_3 = 750 \text{ N/m}$
- Costante di smorzamento .....  $c = 8000 \text{ Ns/m}$
- Raggi .....  $a = 160 \text{ mm} \dots b = 60 \text{ mm}$
- Forza massima .....  $F_{max} = 2500 \text{ N}$

Seguono altre domande sul retro del foglio



### Test n.3

Il sistema in Fig. 3 è costituito da due dischi omogenei di acciaio aventi diametro e spessore noti. I dischi sono fissati su una barra di torsione di alluminio, il cui estremo destro è ancorato al telaio. Un cuscinetto è montato in prossimità del disco più piccolo per impedire la flessione della barra. Dopo aver calcolato le proprietà inerziali ed elastiche del sistema, si chiede di:

1. scrivere le equazioni di moto relative alle oscillazioni torsionali del sistema, utilizzando come coordinate le rotazioni dei due dischi;
2. calcolare le pulsazioni proprie;
3. calcolare la matrice modale.

**Nota 1.** Si ricordi che il momento d'inerzia di massa di ciascun disco (rispetto all'asse longitudinale) si calcola con la relazione:  $J = \frac{1}{2}mr^2$ , dove i simboli  $m$  ed  $r$  indicano rispettivamente la massa del disco e il suo raggio.

**Nota 2.** Per il calcolo della rigidezza torsionale  $k_t$  di ciascun tronco della barra di torsione si utilizzi la nota relazione:  $k_t = \frac{\pi d^4 G}{32L}$ , dove i simboli  $G$ ,  $d$ ,  $L$  indicano rispettivamente il modulo di elasticità tangenziale del materiale costituente la barra (alluminio), il diametro della barra e la sua lunghezza.

**Nota 3.** Si ritenga trascurabile la massa della barra di torsione.

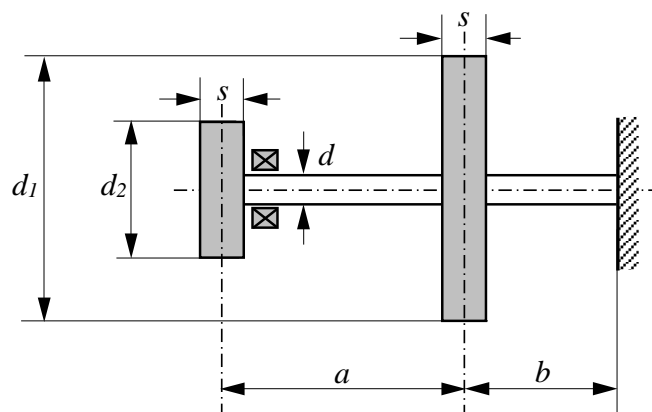


Figura 3

#### Dati

- Diametri dei dischi .....  $d_1 = 240$  mm ...  $d_2 = 120$  mm
- Spessore dei dischi .....  $s = 35$  mm
- Densità dell'acciaio .....  $\rho = 7800$  kg/m<sup>3</sup>
- Diametro della barra di torsione .....  $d = 20$  mm
- Lunghezze dei due tronchi della barra .....  $a = 200$  mm ...  $b = 130$  mm
- Modulo di elasticità tangenziale dell'alluminio .....  $G = 25$  GPa

### Test n.4

Si considerino le vibrazioni flessionali della trave di acciaio rappresentata in Fig. 4. La trave ha sezione quadrata di lato  $a$ . Dopo aver impostato le condizioni al contorno si chiede di:

1. determinare l'equazione delle frequenze;
2. ricavare le prime tre deformate modali;
3. calcolare il parametro  $a$  in modo che la prima frequenza propria della trave sia pari a 25 Hz.

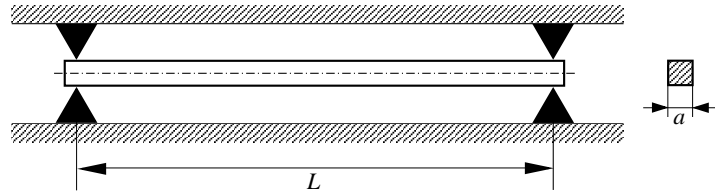


Figura 4

#### Dati

- Lunghezza della trave .....  $L = 1.2$  m
- Densità e modulo di Young dell'acciaio .....  $\rho = 7800$  kg/m<sup>3</sup> ...  $E = 206$  GPa

**Nota.** Si ricordi che il momento d'inerzia della sezione quadrata rispetto all'asse neutro della flessione è dato dalla relazione:  $J = \frac{a^4}{12}$ .

### Test n.5

Per il sistema meccanico rappresentato in Fig. 5, nell'ipotesi che l'asta compia piccole oscillazioni attorno alla posizione verticale, si chiede di:

1. scrivere le equazioni di moto con il metodo di Lagrange;
2. calcolare le pulsazioni proprie e i vettori modali;
3. calcolare il moto a regime del sistema, supponendo che la manovella venga azionata a velocità costante.

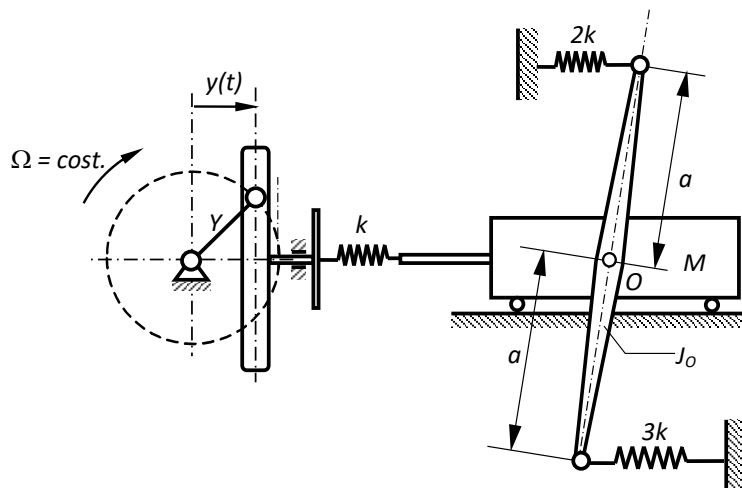


Figura 5

#### Dati

- Massa traslante totale (carrello + asta) .....  $M = 12$  kg
- Momento d'inerzia baricentrico dell'asta .....  $J_O = 0.1$  kg m<sup>2</sup>
- Semi-lunghezza dell'asta .....  $a = 350$  mm
- Rigidezza .....  $k = 600$  N/m
- Velocità angolare della manovella .....  $\Omega = 25$  rad/s
- Lunghezza della manovella .....  $Y = 180$  mm