

Esame di Meccanica delle Vibrazioni (9 CFU) - Prova di teoria
10.07.2015

1. In Fig. 1a il carrello (di massa $m = 15$ kg) è appoggiato contro il respingente e la molla, di rigidezza $k_1 = 8000$ N/m è compressa di una quantità $\delta = 30$ mm. La molla viene improvvisamente rilasciata per lanciare il carrello verso destra. Si supponga che, al momento dell'impatto con il respingente destro (Fig. 1b), il carrello abbia un'energia cinetica pari al 70% di quella che aveva acquisito al momento del lancio (la perdita di energia è dovuta alle resistenze dell'aria e agli attriti). Nell'ipotesi che il carrello rimanga agganciato al respingente si chiede di:
- calcolare la velocità v_0 alla quale avviene l'impatto con il respingente;
 - determinare la rigidezza k_2 del respingente destro in modo che il periodo proprio T del sistema vibrante sia uguale a 500 ms;
 - calcolare l'ampiezza della vibrazione libera del carrello;
 - supponendo che venga inserito uno smorzatore come in Fig.1c, determinare il valore della costante di smorzamento c in modo che il sistema risulti sovrasmorzato, con fattore di smorzamento adimensionale $\xi = 1,5$;
 - determinare l'espressione analitica $x(t)$ della vibrazione libera smorzata e tracciarne un diagramma qualitativo;

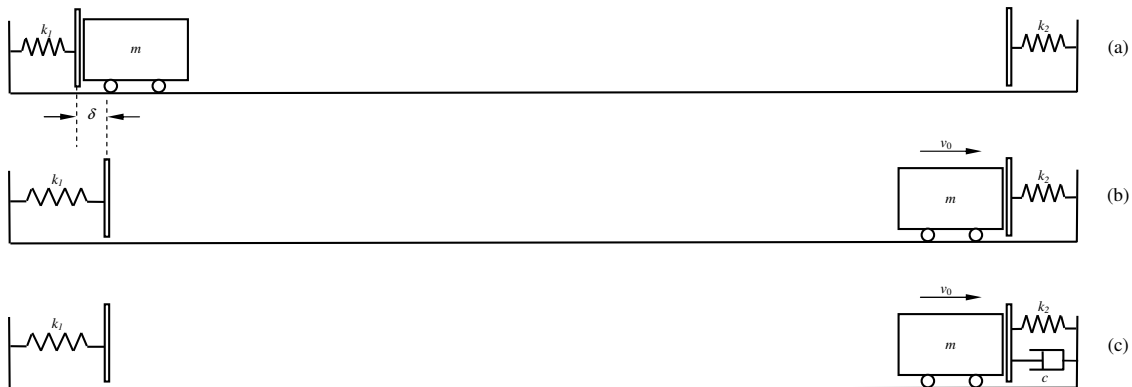


Figura 1

2. Si considerino le vibrazioni assiali dell'asta a sezione circolare rappresentata in Fig. 2. Si suppongano noti il diametro d dell'asta, la sua lunghezza L , il valore della massa M collocata all'estremità destra e le caratteristiche del materiale costituente l'asta (densità ρ e modulo di Young E).

Domande

- Impostare le condizioni al contorno per l'asta;
- Ricavare l'equazione delle frequenze;
- Spiegare come è possibile ricavare la soluzione dell'equazione delle frequenze mediante un procedimento grafico approssimato.

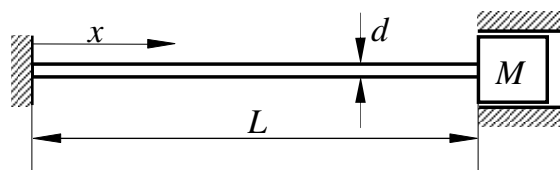


Figura 2

3. Ricavare la matrice modale del sistema rappresentato in Fig. 3.

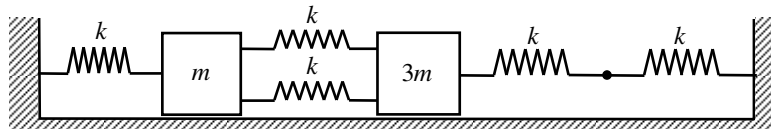


Figura 3

4. Per sistema rappresentato in Fig. 4 determinare per via grafica o analitica i valori della velocità angolare del rotore per i quali l'ampiezza di oscillazione a regime risulta inferiore a 1 mm. Si supponga la trave di massa trascurabile.

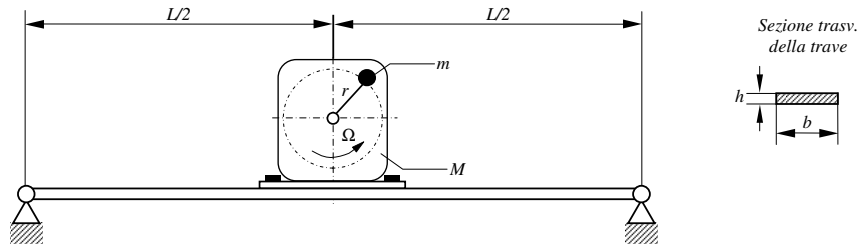


Figura 4

Dati e formule

- Massa del motore (escluso il rotore) $M = 40 \text{ kg}$
- Massa del rotore eccentrico $m = 1.5 \text{ kg}$
- Eccentricità del rotore $r = 12 \text{ mm}$
- Lunghezza della trave $L = 800 \text{ mm}$
- Dimensioni della sezione trasversale della mensola $b = 80 \text{ mm}$ $h = 10 \text{ mm}$
- Modulo di Young del materiale costituente la trave (acciaio) $E = 206000 \text{ MPa}$
- Rigidezza flessionale della trave $k = \frac{48EJ}{L^3}$ $J = \frac{1}{12}bh^3$

5. Utilizzando le coordinate e le convenzioni di segno indicate nel disegno scrivere le equazioni di moto del sistema in Fig. 5 e ricavare le matrici di massa, di rigidezza e di smorzamento. Si ipotizzino piccole oscillazioni dell'asta attorno alla posizione verticale e assenza di slittamento del rullo sul terreno.

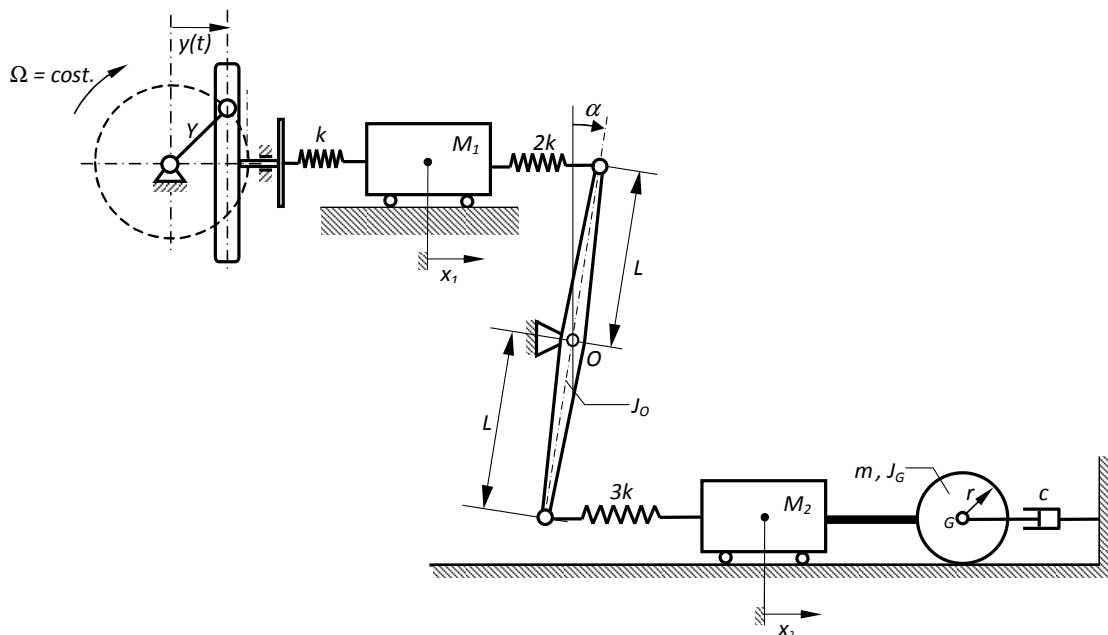


Figura 5