

**Esame di Meccanica delle Vibrazioni (9 CFU) - Prova di teoria**  
**03.09.2014**

1. Per il sistema rappresentato in Fig. 1 si chiede di:

- scrivere l'equazione di moto;
- calcolare la pulsazione propria  $\omega$  e il valore dello smorzamento critico  $c_{cr}$ ;
- supponendo che  $c < c_{cr}$  indicare il procedimento di calcolo che consente di ricavare l'andamento delle vibrazioni nel tempo quando la pressione nel cilindro subisce una variazione a gradino; si ipotizzi che, all'istante iniziale, il sistema sia in quiete nella posizione di equilibrio.
- tracciare un grafico qualitativo che mostri l'andamento delle vibrazioni nel tempo.

**Nota.** I momenti d'inerzia  $J_3$  e  $J_4$  sono calcolati rispetto al baricentro dei rispettivi dischi.

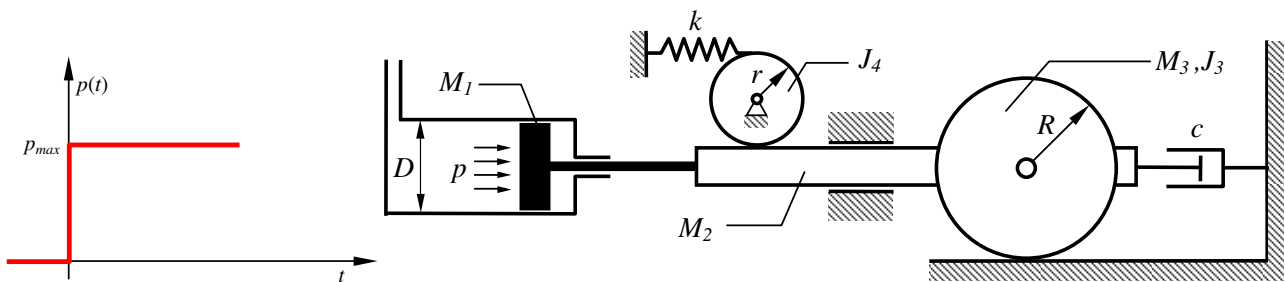


Figura 1

2. Si considerino le vibrazioni libere del carrello rappresentato in Fig. 2 e si risponda alle seguenti domande:

- scrivere l'equazione di moto del sistema, utilizzando il metodo degli equilibri dinamici, nell'ipotesi che la ruota rotoli senza strisciare sul terreno;
- calcolare la pulsazione propria  $\omega$  e il fattore di smorzamento adimensionale  $\xi$ ;
- supponendo che all'istante iniziale il carrello si trovi nella posizione  $x_0 > 0$  con velocità nulla, tracciare un grafico qualitativo che mostri l'andamento delle oscillazioni nel tempo (si supponga che il sistema sia sottosmorzato);
- se dopo due cicli completi di oscillazione l'ampiezza di oscillazione si è ridotta al 20% del valore iniziale, quanto vale il fattore di smorzamento del sistema?

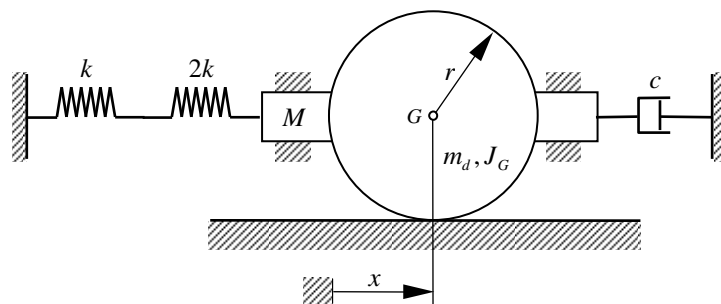


Figura 2

3. L'albero rappresentato in Fig. 3, di diametro  $d$  e lunghezza  $L$ , è realizzato con materiale avente densità  $\rho$  e modulo di Young  $E$ . L'estremo sinistro è vincolato con due cuscinetti a sfere, mentre l'estremo destro è vincolato con un solo cuscinetto. Si supponga che la massa dell'albero sia distribuita in modo uniforme sulla lunghezza.

**Domande:**

- a. cancellare con un tratto di penna le relazioni matematiche false riportate nella seguenti tabelle;

$x = 0$	Traslazione verticale	$y = 0$
		$y \neq 0$
	Rotazione	$\varphi = 0$
		$\varphi \neq 0$
	Momento flettente	$M = 0$
		$M \neq 0$
Taglio	$T = 0$	
	$T \neq 0$	

$x = L$	Traslazione verticale	$y = 0$
		$y \neq 0$
	Rotazione	$\varphi = 0$
		$\varphi \neq 0$
	Momento flettente	$M = 0$
		$M \neq 0$
Taglio	$T = 0$	
	$T \neq 0$	

- b. dopo aver imposto le condizioni al contorno, ricavare l'equazione che consente di determinare le frequenze proprie relative alle vibrazioni flessionali dell'albero;  
 c. indicare un procedimento grafico per calcolare approssimativamente le frequenze proprie dell'albero.

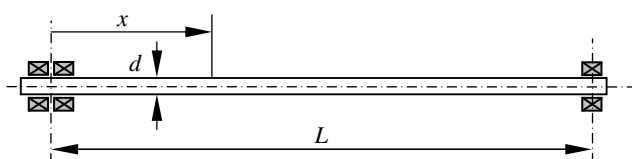


Figura 3

4. Si calcoli la matrice di impedenza del sistema vibrante in Fig. 4 e si illustri come tale matrice viene utilizzata per determinare il moto a regime, quando il sistema viene sottoposto all'azione della forzante armonica indicata in figura.

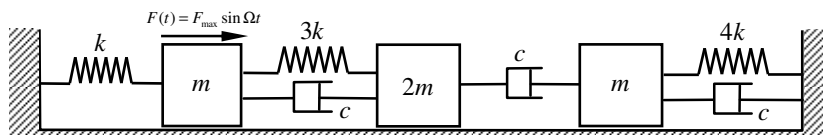


Figura 4

5. Dire quale delle tre matrici seguenti è la matrice modale del sistema in Fig. 5 (giustificare la risposta mediante il calcolo).

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \Phi_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \Phi_3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

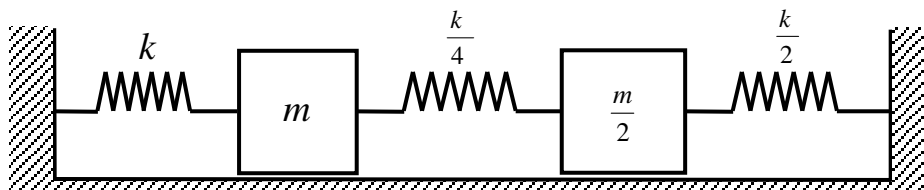


Figura 5