Cognome.. *Nome*.. *Matricola*.............

Esame di Elementi di Meccanica delle Vibrazioni (6 CFU) - Prova di teoria
01.04.2015

1. La Figura 1 mostra un carrello lanciato contro un respingente. Nel momento dell'urto la velocità del carrello è pari a v_0. Supponendo che il carrello rimanga agganciato al respingente, si chiede di:

   a. calcolare il valore della costante c dello smorzatore in modo che il sistema operi in condizioni di smorzamento critico;
   b. determinare la legge di moto $x(t)$ del carrello e tracciarne un diagramma qualitativo;
   c. calcolare l'istante di tempo in cui è massima la deformazione della molla.

   Suggerimento: Si consideri $x = 0$ nell'istante in cui avviene l'urto con il respingente.

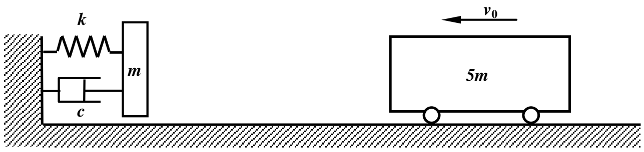

Figura 1

2. Per il sistema rappresentato in Figura 2, nell'ipotesi che l'asta compia piccole oscillazioni attorno alla posizione verticale di equilibrio e che il rullo rotoli senza strisciare sul piano sottostante, si chiede di:

   a. scrivere le equazioni di moto utilizzando il metodo degli equilibri dinamici;
   b. ricavare le matrici di massa e di rigidezza.

   Suggerimento: Si utilizzino come coordinate libere quelle indicate nel disegno.

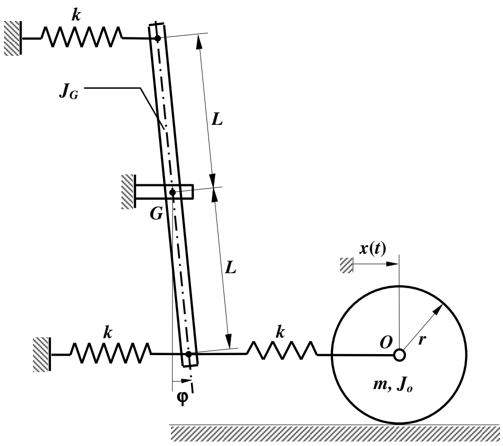

Figura 2

3. Illustrare la proprietà di *ortogonalità dei vettori modali* e mostrare come tale proprietà viene impiegata per calcolare le vibrazioni di sistemi con due o più gradi di libertà.

4. Per il sistema in Figura 3, ipotizzando piccole oscillazioni dell'asta si chiede di:
   - ricavare le equazioni di moto;
   - determinare le matrici di massa, rigidezza e smorzamento;
   - dopo aver annullato gli smorzamenti, scrivere l'equazione che consente di calcolare le frequenze proprie del sistema, senza calcolarne i coefficienti.

   Nota: La massa di valore $3m$ include anche la massa dell'asta.

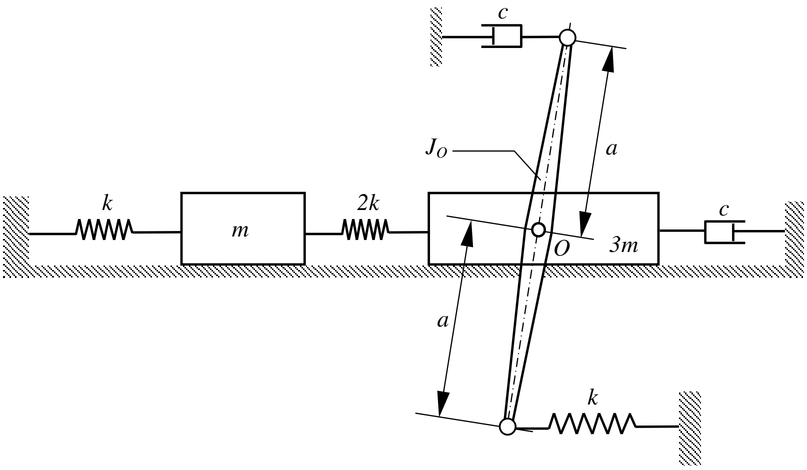

Figura 3

5. Si considerino le vibrazioni torsionali dei due sistemi "A" e "B" rappresentati Figura 4, ritenendo valide le seguenti ipotesi:
   - massa delle barre di torsione trascurabile, realizzate con materiale di modulo elastico tangenziale G;
   - dischi omogenei realizzati con lo stesso materiale di densità ϱ;
   - raggio e spessore diversi per i due dischi (vedi figura).

   Stabilire il valore del coefficiente α in modo che il sistema "B" abbia la stessa pulsazione propria del sistema "A". Per la risoluzione, utilizzare le seguenti formule:
   - Momento d'inerzia di massa (baricentrico) di un disco omogeneo di massa M e raggio a: $J = \frac{1}{2}Ma^2$
   - Rigidezza torsionale di una barra di diametro d e lunghezza L: $K = \frac{\pi G d^4}{32L}$

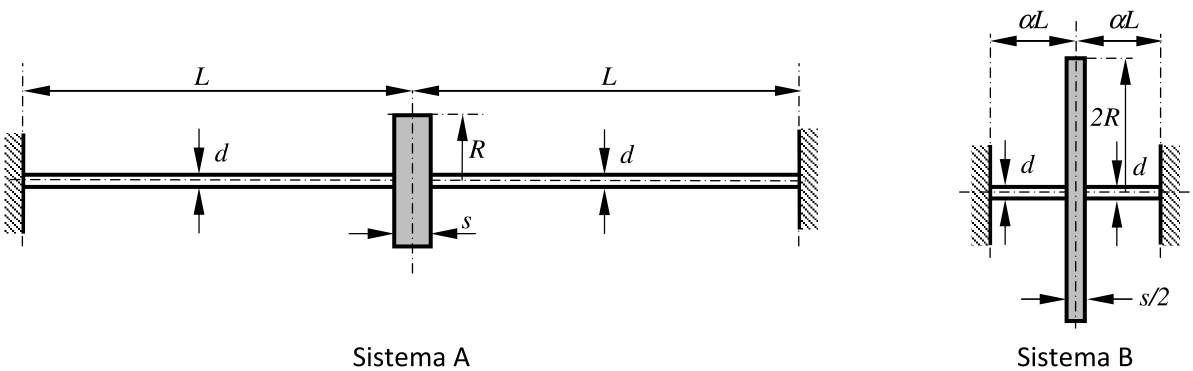

Figura 4