$M_D := 0.5 \cdot kg$ Massa del disco

$R_D := 30 \cdot 10^{-3} \cdot m$ Raggio del disco

$J_D := \frac{M_D \cdot R_D^2}{2}$ $J_D = 2.25 \times 10^{-4}\, m^2 \cdot kg$ Momento d'inerzia (di massa) del disco

$\rho := 7800 \cdot \frac{kg}{m^3}$ Densità dell'acciaio

$G := 80000 \cdot 10^6 \cdot Pa$ Modulo elastico tangenziale dell'acciaio

$l := 1.2 \cdot m$ Lunghezza dell'asta

$d := 20 \cdot 10^{-3} \cdot m$ Diametro dell'asta

$J_P := \frac{\pi \cdot d^4}{32}$ $J_P = 1.571 \times 10^{-8}\, m^4$ Momento d'inerzia polare della sezione circolare

$J := \rho \cdot J_P \cdot l$ $J = 1.47 \times 10^{-4}\, m^2 \cdot kg$ Momento d'inerzia di massa dell'asta

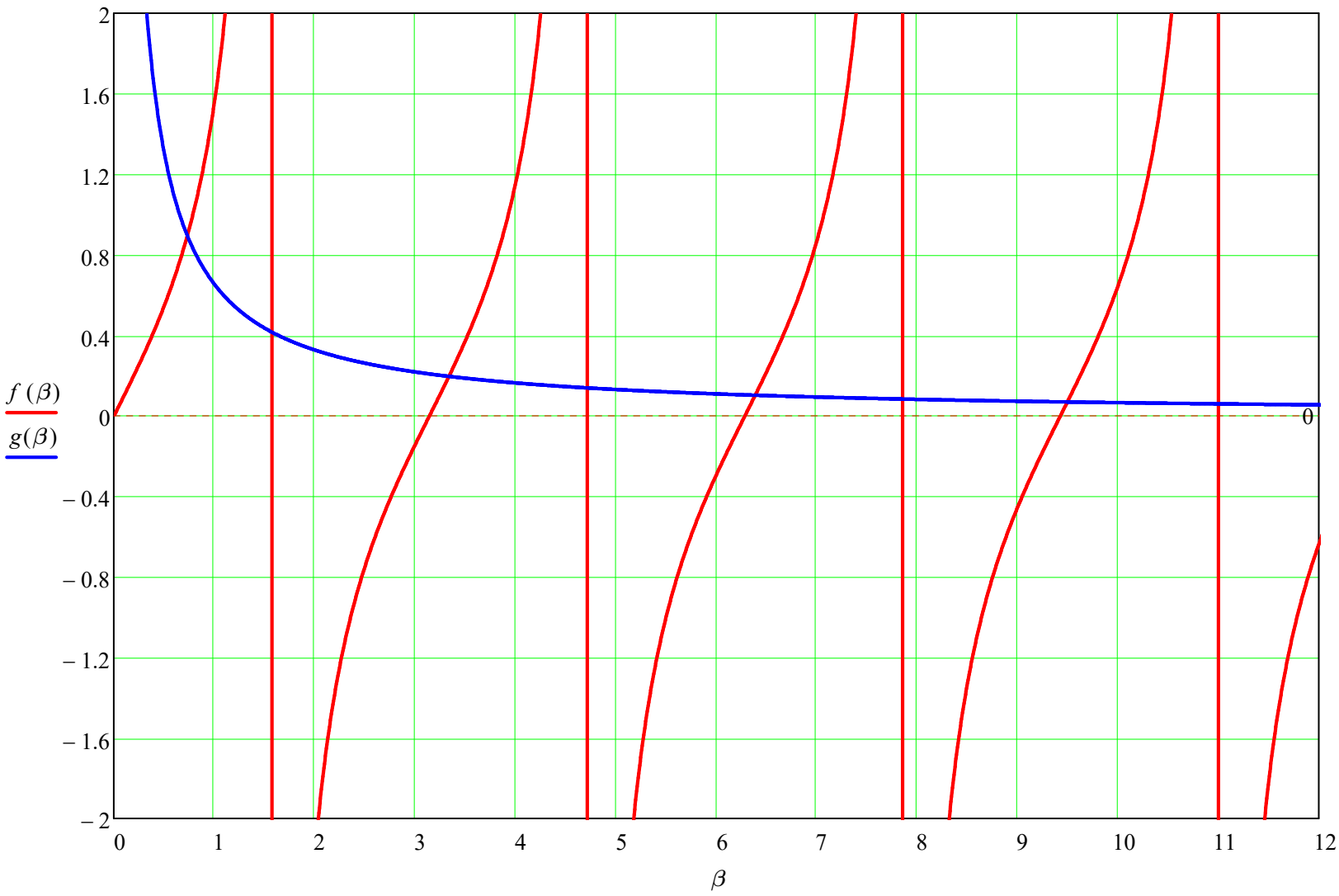
$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l \right) \cdot \left(\frac{d}{2} \right)^2 = 1.47 \times 10^{-4}\, m^2 \cdot kg$ Calcolo di verifica (per il momento d'inerzia di massa dell'asta): $J = M R^2/2$

$h := \frac{J}{J_D}$ $h = 0.653$

$f(\beta) := tan(\beta)$

$g(\beta) := \frac{h}{\beta}$

$\beta := 0.005, 0.01 .. 4 \cdot \pi$



$$\begin{pmatrix}\beta_1\\ \beta_2\\ \beta_3\\ \beta_4\end{pmatrix} := \begin{pmatrix}0.5\\ 3.5\\ 6.5\\ 9.5\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}\beta_1\\ \beta_2\\ \beta_3\\ \beta_4\end{pmatrix} := \begin{pmatrix}root\left(f\left(\beta_1\right)-g\left(\beta_1\right),\beta_1\right)\\ root\left(f\left(\beta_2\right)-g\left(\beta_2\right),\beta_2\right)\\ root\left(f\left(\beta_3\right)-g\left(\beta_3\right),\beta_3\right)\\ root\left(f\left(\beta_4\right)-g\left(\beta_4\right),\beta_4\right)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\beta_1\\ \beta_2\\ \beta_3\\ \beta_4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0.7301\\ 3.3351\\ 6.3852\\ 9.4935\end{pmatrix}$$

$$c := \sqrt{\frac{G}{\rho}} \qquad c = 3202.563\, m\cdot s^{-1}$$

$$\begin{pmatrix}\beta_1\\ \beta_2\\ \beta_3\\ \beta_4\end{pmatrix}\cdot\frac{c}{l} = \begin{pmatrix}1948\\ 8901\\ 17041\\ 25336\end{pmatrix}\cdot\frac{rad}{sec} \qquad \begin{pmatrix}\beta_1\\ \beta_2\\ \beta_3\\ \beta_4\end{pmatrix}\cdot\frac{c}{l}\cdot\frac{1}{2\cdot\pi} = \begin{pmatrix}310\\ 1417\\ 2712\\ 4032\end{pmatrix}\cdot Hz$$

$$k_t := \frac{G\cdot J_P}{l} \qquad k_t = 1047.198\cdot N\cdot m$$

$$\omega := \sqrt{\frac{k_t}{J_D}} \qquad \omega = 2157.362\cdot\frac{rad}{sec} \qquad \omega_1 := \frac{c}{l}\cdot\beta_1 = 1948.421\cdot\frac{rad}{s}$$

$$\varepsilon := \frac{\omega-\omega_1}{\omega_1}\cdot 100 \qquad \varepsilon = 10.724$$