

$M_D := 0.5 \cdot kg$

Massa del disco

$R_D := 30 \cdot 10^{-3} \cdot m$

Raggio del disco

$J_D := \frac{M_D \cdot R_D^2}{2} \quad J_D = 2.25 \times 10^{-4} m^2 \cdot kg$

Momento d'inerzia (di massa) del disco

$\rho := 7800 \cdot \frac{kg}{m^3}$

Densità dell'acciaio

$G_{\text{ww}} := 80000 \cdot 10^6 \cdot Pa$

Modulo elastico tangenziale dell'acciaio

$l_{\text{ww}} := 1.2 \cdot m$

Lunghezza dell'asta

$d := 20 \cdot 10^{-3} \cdot m$

Diametro dell'asta

$J_P := \frac{\pi \cdot d^4}{32} \quad J_P = 1.571 \times 10^{-8} m^4$

Momento d'inerzia polare della sezione circolare

$J_{\text{ww}} := \rho \cdot J_P \cdot l \quad J = 1.47 \times 10^{-4} m^2 \cdot kg$

Momento d'inerzia di massa dell'asta

$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left( \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l \right) \cdot \left( \frac{d}{2} \right)^2 = 1.47 \times 10^{-4} m^2 \cdot kg$

Calcolo di verifica (per il momento d'inerzia di massa dell'asta): J = M R²/2

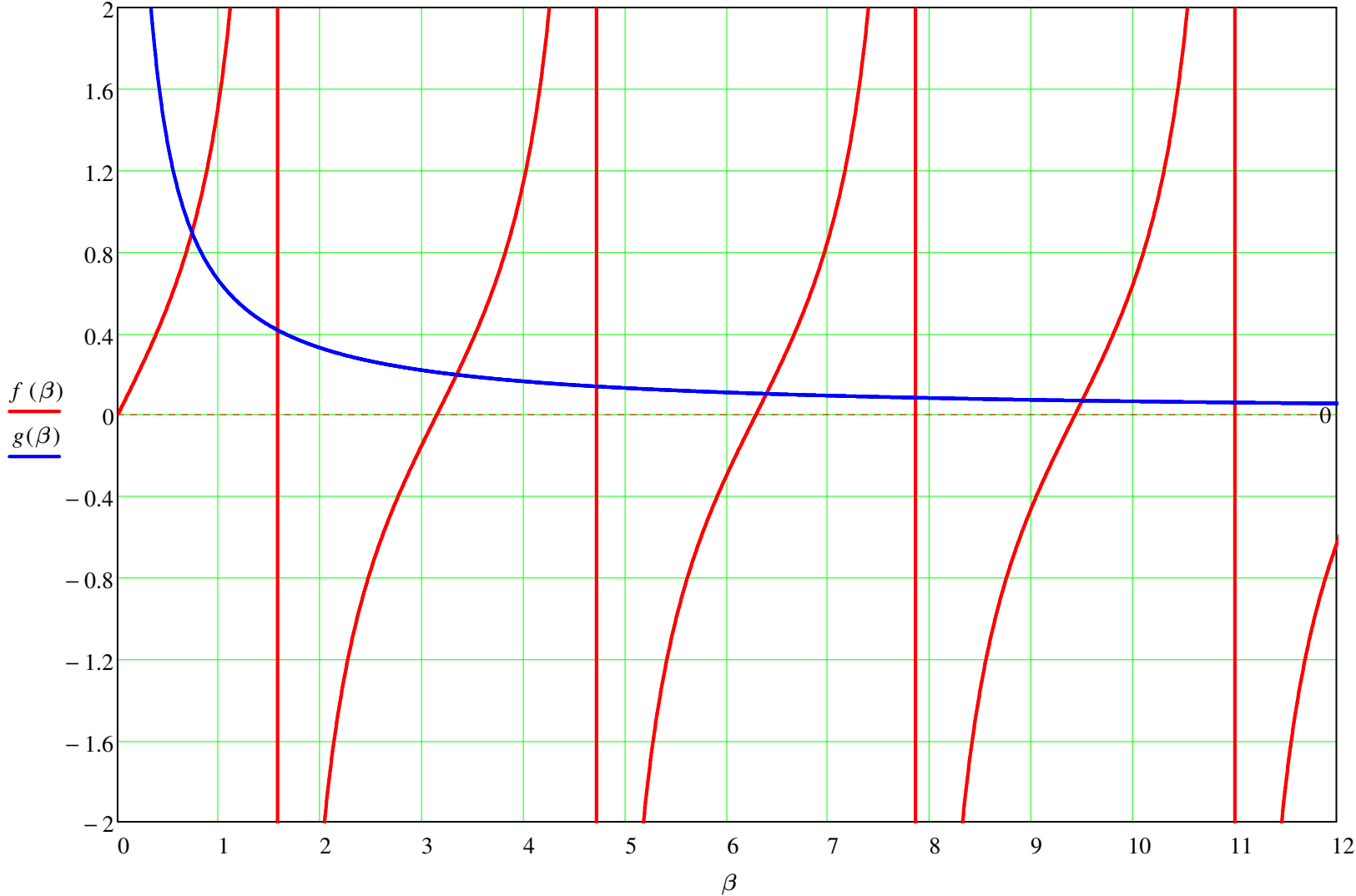
$h := \frac{J}{J_D}$

$h = 0.653$

$f(\beta) := \tan(\beta)$

$g_{\text{ww}}(\beta) := \frac{h}{\beta}$

$\beta := 0.005, 0.01 \dots 4 \cdot \pi$



$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 3.5 \\ 6.5 \\ 9.5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} root\big(f\big(\beta_1\big)-g\big(\beta_1\big),\beta_1\big) \\ root\big(f\big(\beta_2\big)-g\big(\beta_2\big),\beta_2\big) \\ root\big(f\big(\beta_3\big)-g\big(\beta_3\big),\beta_3\big) \\ root\big(f\big(\beta_4\big)-g\big(\beta_4\big),\beta_4\big) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.7301 \\ 3.3351 \\ 6.3852 \\ 9.4935 \end{pmatrix}$$

$$\xi_{\textcolor{green}{w}} := \sqrt{\frac{G}{\rho}} \qquad c = 3202.563\,m\cdot s^{-1}$$

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{pmatrix} \cdot \frac{c}{l} = \begin{pmatrix} 1948 \\ 8901 \\ 17041 \\ 25336 \end{pmatrix} \cdot \frac{rad}{sec} \qquad \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{pmatrix} \cdot \frac{c}{l} \cdot \frac{1}{2\cdot \pi} = \begin{pmatrix} 310 \\ 1417 \\ 2712 \\ 4032 \end{pmatrix} \cdot Hz$$

$$k_t := \frac{G\cdot J_P}{l} \qquad k_t = 1047.198\cdot N\cdot m$$

$$\omega := \sqrt{\frac{k_t}{J_D}} \qquad \omega = 2157.362\cdot \frac{rad}{sec} \qquad \omega_I := \frac{c}{l}\cdot \beta_I = 1948.421\cdot \frac{rad}{s}$$

$$\xi_{\textcolor{green}{w}} := \frac{\omega - \omega_I}{\omega_I} \cdot 100 \qquad \varepsilon = 10.724$$