Calcolo delle pulsazioni proprie e dei modi principali di vibrare mediante funzioni di libreria che risolvono il problema agli autovalori - autovettori

$ORIGIN := 1$

$m_1 := 7 \qquad m_2 := 4$

$k_1 := 800 \qquad k_2 := 1200 \qquad k_3 := 2000$

$$\mathbf{M} := \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{K} := \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 2000 & -1200 \\ -1200 & 3200 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Delta}(\omega) := \mathbf{K} - \omega^2 \cdot \mathbf{M} \rightarrow \begin{pmatrix} 2000 - 7 \cdot \omega^2 & -1200 \\ -1200 & 3200 - 4 \cdot \omega^2 \end{pmatrix}$$

$$\left| \boldsymbol{\Delta}(\omega) \right| \rightarrow 28 \cdot \omega^4 - 30400 \cdot \omega^2 + 4960000$$

$$coefficienti := \left| \boldsymbol{\Delta}(\omega) \right| \ coeffs \rightarrow \begin{pmatrix} 4960000 \\ 0 \\ -30400 \\ 0 \\ 28 \end{pmatrix}$$

$$v := polyroots(coefficienti) = \begin{pmatrix} -29.76095 \\ -14.14214 \\ 14.14214 \\ 29.76095 \end{pmatrix} \qquad \omega_1 := v_3 = 14.14214 \qquad \omega_2 := v_4 = 29.76095$$

Pulsazioni proprie

Rapporti modali

$$r(\omega) := \frac{k_2}{(k_1 + k_2) - \omega^2 \cdot m_1}$$

$$r_{bis}(\omega) := \frac{(k_2 + k_3) - \omega^2 \cdot m_2}{k_2}$$

$$r_1 := r(\omega_1) = 2$$

$$r_{bis}(\omega_1) = 2$$

$$r_2 := r(\omega_2) = -0.28571$$

$$r_{bis}(\omega_2) = -0.28571$$

$$\mathbf{\Phi} := augment\left[\begin{pmatrix} r_1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} r_2 \\ 1 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} 2 & -0.28571 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Matrice modale

$$NORM(Q) := augment\left(\frac{Q^{\langle 1 \rangle}}{Q_{2,1}}, \frac{Q^{\langle 2 \rangle}}{Q_{2,2}}\right)$$

Funzione per la normalizzazione della matrice modale (usando questa funzione, nell' ultima riga della matrice modale si ottengono valori unitari)

Metodo A: problema agli autovalori generalizzato

$$\sqrt{genvals(\mathbf{K}, \mathbf{M})} = \begin{pmatrix} 14.14214 \\ 29.76095 \end{pmatrix}$$

$$genvecs(\mathbf{K}, \mathbf{M}) = \begin{pmatrix} 1 & -0.28571 \\ 0.5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$NORM(genvecs(\mathbf{K}, \mathbf{M})) = \begin{pmatrix} 2 & -0.28571 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{\Phi} = \begin{pmatrix} 2 & -0.28571 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Metodo B: problema agli autovalori semplice

$$\mathbf{D} := \mathbf{M}^{-1}\cdot\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 285.71429 & -171.42857 \\ -300 & 800 \end{pmatrix}$$

$$\sqrt{eigenvals(\mathbf{D})} = \begin{pmatrix} 14.14214 \\ 29.76095 \end{pmatrix}$$

$$eigenvecs(\mathbf{D}) = \begin{pmatrix} -0.89443 & 0.27472 \\ -0.44721 & -0.96152 \end{pmatrix}$$

$$NORM(eigenvecs(\mathbf{D})) = \begin{pmatrix} 2 & -0.28571 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{\Phi} = \begin{pmatrix} 2 & -0.28571 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Metodo C: problema agli autovalori generalizzato (calcolo dei reciproci delle ω)

$$\frac{1}{\sqrt{genvals(\mathbf{M},\mathbf{K})}} = \begin{pmatrix} 29.76095 \\ 14.14214 \end{pmatrix}$$

$$genvecs(\mathbf{M},\mathbf{K}) = \begin{pmatrix} -0.28571 & 1 \\ 1 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$NORM(genvecs(\mathbf{M},\mathbf{K})) = \begin{pmatrix} -0.28571 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{\Phi} = \begin{pmatrix} 2 & -0.28571 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Metodo D: problema agli autovalori semplice (calcolo dei reciproci delle ω)

$$\mathbf{D_s} := \mathbf{K}^{-1}\cdot\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0.00452 & 0.00097 \\ 0.00169 & 0.00161 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{\sqrt{eigenvals(\mathbf{D_s})}} = \begin{pmatrix} 14.14214 \\ 29.76095 \end{pmatrix}$$

$$eigenvecs(\mathbf{D_s}) = \begin{pmatrix} 0.89443 & -0.27472 \\ 0.44721 & 0.96152 \end{pmatrix}$$

$$NORM(eigenvecs(\mathbf{D_s})) = \begin{pmatrix} 2 & -0.28571 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{\Phi} = \begin{pmatrix} 2 & -0.28571 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$