Risposta ad un gradino di forza (condizioni iniziali nulle, caso sottosmorzato)

$m := 10$

$k := 4000$

$c := 160$

$\omega := \sqrt{\frac{k}{m}} = 20$

$\xi := \frac{c}{2 \cdot m \cdot \omega} = 40 \cdot \%$

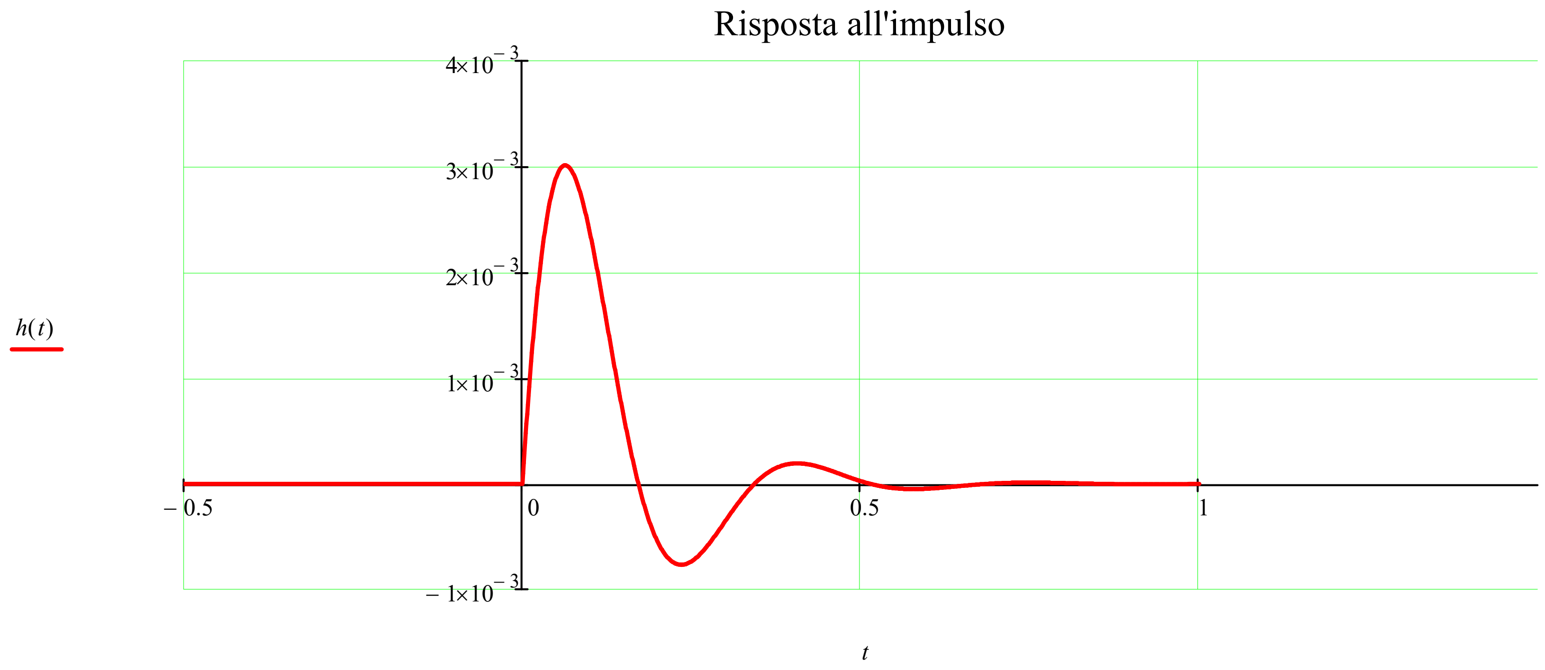
$\omega_s := \omega \cdot \sqrt{1 - \xi^2} = 18.33$

Risposta all'impulso unitario (caso sottosmorzato)

$$h(t) := \left| \begin{array}{l} 0 \quad if \quad t < 0 \\ \frac{e^{-\xi \cdot \omega \cdot t}}{m \cdot \omega_s} \cdot sin(\omega_s \cdot t) \quad otherwise \end{array} \right.$$

$T_{max} := 1$ $\qquad$ $\Delta t := 10^{-3}$

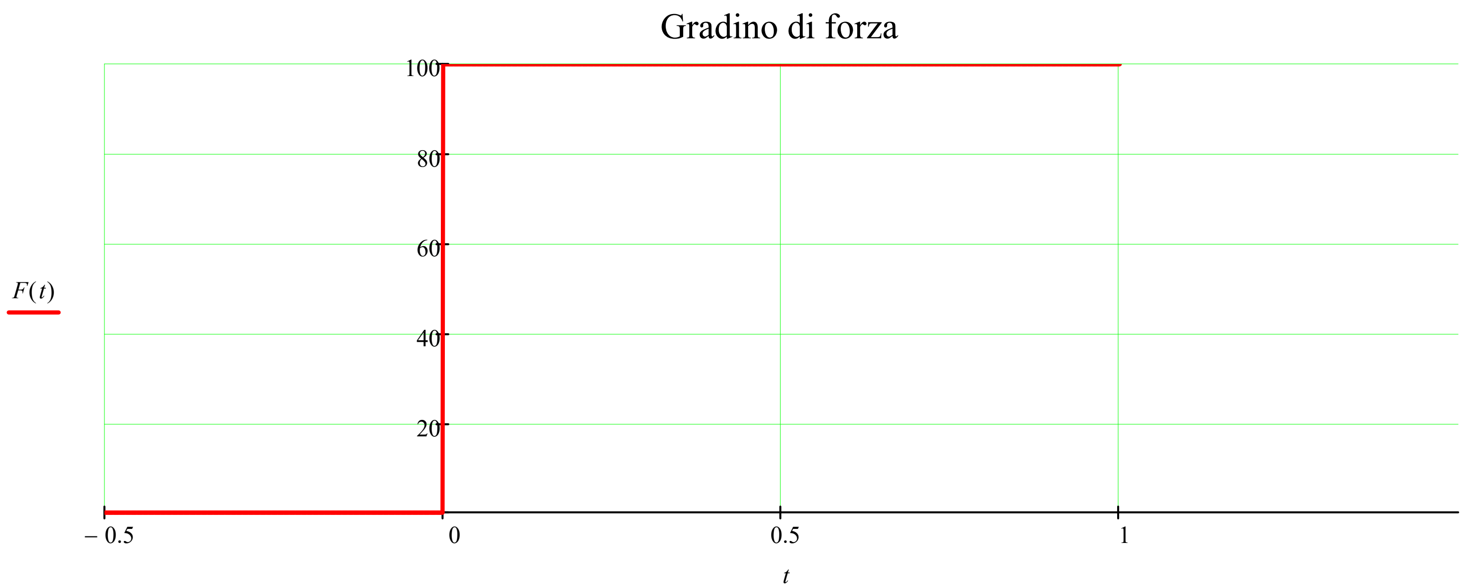
$t := -0.5, (-0.5 + \Delta t) .. T_{max}$



$F_0 := 100$

$F(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ F_0 & \text{otherwise} \end{cases}$

$\delta_{st} := \dfrac{F_0}{k} = 0.025$



Metodo A: Integrale di convoluzione (calcolato numericamente)

$$x_A(t) := \int_0^t F(\tau)\cdot h(t-\tau)\, d\tau$$

Metodo B: Integrale di convoluzione (calcolato analiticamente con il solutore simbolico)

$$x_B(t) := -\frac{F_0\cdot\left(\omega_s\cdot e^{-\xi\cdot\omega\cdot t}\cdot\cos\left(t\cdot\omega_s\right) - \omega_s + \xi\cdot\omega\cdot e^{-\xi\cdot\omega\cdot t}\cdot\sin\left(t\cdot\omega_s\right)\right)}{m\cdot\omega_s\cdot\left(\xi^2\cdot\omega^2 + \omega_s^{\,2}\right)}$$

Metodo C: Somma della soluzione omogenea con la soluzione particolare

$$A := -\delta_{st} = -0.025$$

$$B := -\frac{\xi\cdot\omega\cdot\delta_{st}}{\omega_s} = -0.011 \qquad -\frac{\xi\cdot\delta_{st}}{\sqrt{1-\xi^2}} = -0.011$$

$$x_{omo}(t) := e^{-\xi\cdot\omega\cdot t}\cdot\left(A\cdot\cos\left(\omega_s\cdot t\right) + B\cdot\sin\left(\omega_s\cdot t\right)\right)$$

$$x_{part}(t) := \delta_{st}$$

$$x_C(t) := x_{omo}(t) + x_{part}(t)$$

Metodo D: Integrazione numerica dell'equazione di moto con il metodo di Runge-Kutta

$$ORIGIN = 1$$

$$EQMOTO(t,y) := \begin{bmatrix} y_2 \\ \frac{1}{m}\cdot\left(F(t) - c\cdot y_2 - k\cdot y_1\right) \end{bmatrix}$$

$y := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$N := \dfrac{T_{max}}{\Delta t} = 1000$

$TAB := rkfixed\left(y, 0, T_{max}, N, EQMOTO\right)$

$tempo := TAB^{\langle 1 \rangle}$ $x_D := TAB^{\langle 2 \rangle}$

Confronto metodi