

Risposta ad un gradino di forza (condizioni iniziali nulle, caso sottosmorzato)

$m := 10$

$k := 4000$

$c := 160$

$\omega := \sqrt{\frac{k}{m}} = 20$

$\xi := \frac{c}{2 \cdot m \cdot \omega} = 40\cdot\%$

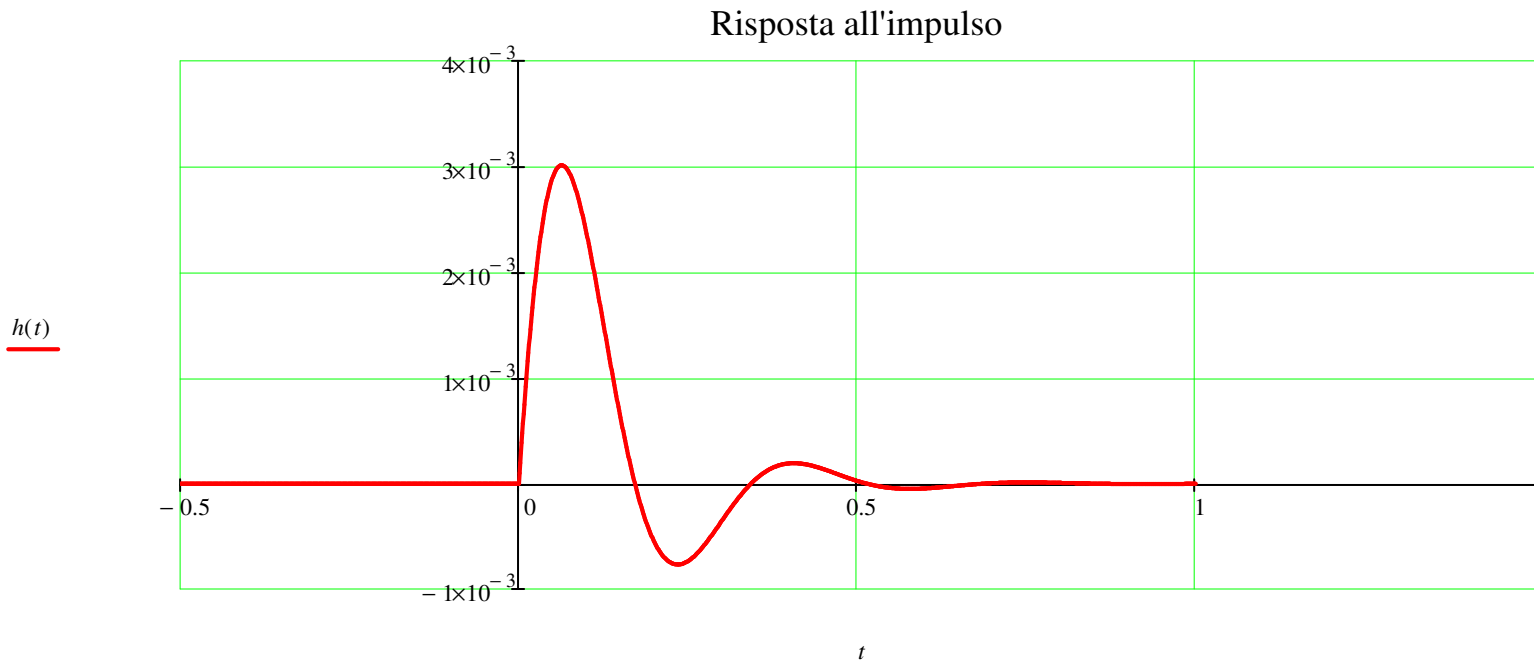
$\omega_s := \omega \cdot \sqrt{1 - \xi^2} = 18.33$

Risposta all'impulso unitario (caso sottosmorzato)

$$h(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ \frac{e^{-\xi \cdot \omega \cdot t}}{m \cdot \omega_s} \cdot \sin(\omega_s \cdot t) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$T_{max} := 1 \qquad \Delta t := 10^{-3}$

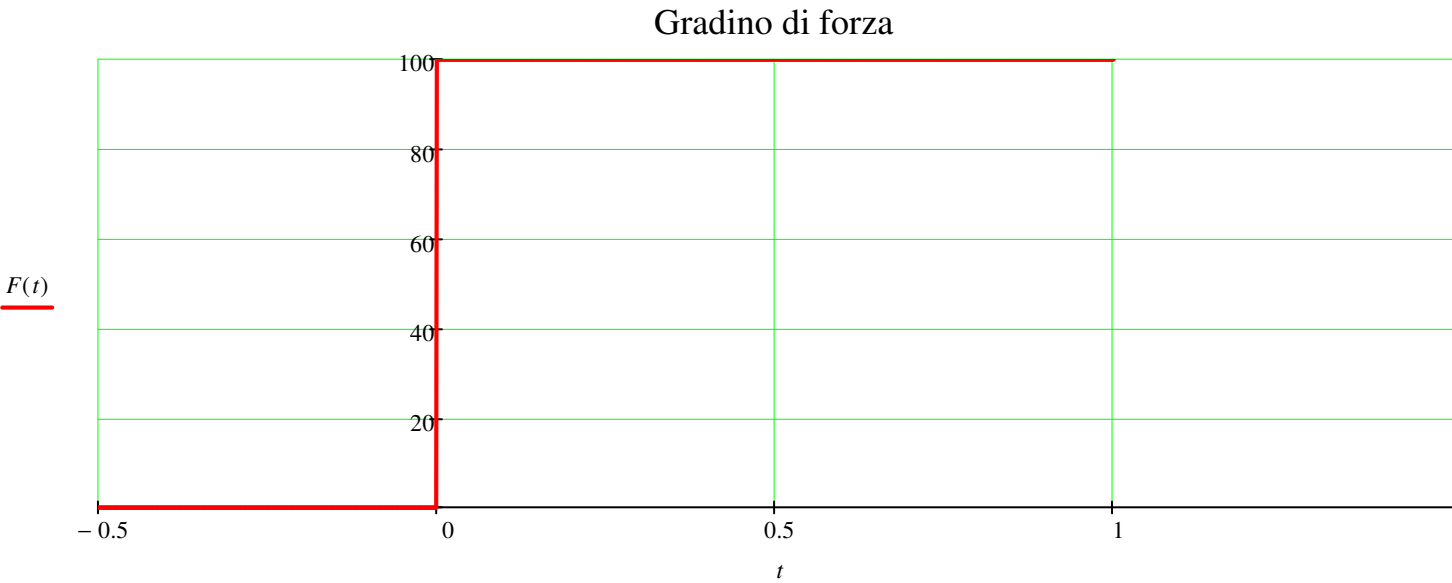
$t := -0.5, (-0.5 + \Delta t) .. T_{max}$



$F_0 := 100$

$F(t)$ $:= \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ F_0 & \text{otherwise} \end{cases}$

$\delta_{st} := \frac{F_0}{k} = 0.025$



Metodo A: Integrale di convoluzione (calcolato numericamente)

$$x_A(t) := \int_0^t F(\tau) \cdot h(t - \tau) \, d\tau$$

Metodo B: Integrale di convoluzione (calcolato analiticamente con il solutore simbolico)

$$x_B(t) := -\frac{F_0 \cdot \left(\omega_s \cdot e^{-\xi \cdot \omega \cdot t} \cdot \cos\left(t \cdot \omega_s\right) - \omega_s + \xi \cdot \omega \cdot e^{-\xi \cdot \omega \cdot t} \cdot \sin\left(t \cdot \omega_s\right) \right)}{m \cdot \omega_s \cdot \left(\xi^2 \cdot \omega^2 + \omega_s^2 \right)}$$

Metodo C: Somma della soluzione omogenea con la soluzione particolare

$$\overset{\text{ww}}{A} := -\delta_{st} = -0.025$$

$$B := -\frac{\xi \cdot \omega \cdot \delta_{st}}{\omega_s} = -0.011 \qquad -\frac{\xi \cdot \delta_{st}}{\sqrt{1 - \xi^2}} = -0.011$$

$$x_{omo}(t) := e^{-\xi \cdot \omega \cdot t} \cdot \left(A \cdot \cos\left(\omega_s \cdot t\right) + B \cdot \sin\left(\omega_s \cdot t\right) \right)$$

$$x_{part}(t) := \delta_{st}$$

$$x_C(t) := x_{omo}(t) + x_{part}(t)$$

Metodo D: Integrazione numerica dell'equazione di moto con il metodo di Runge-Kutta

$$ORIGIN = 1$$

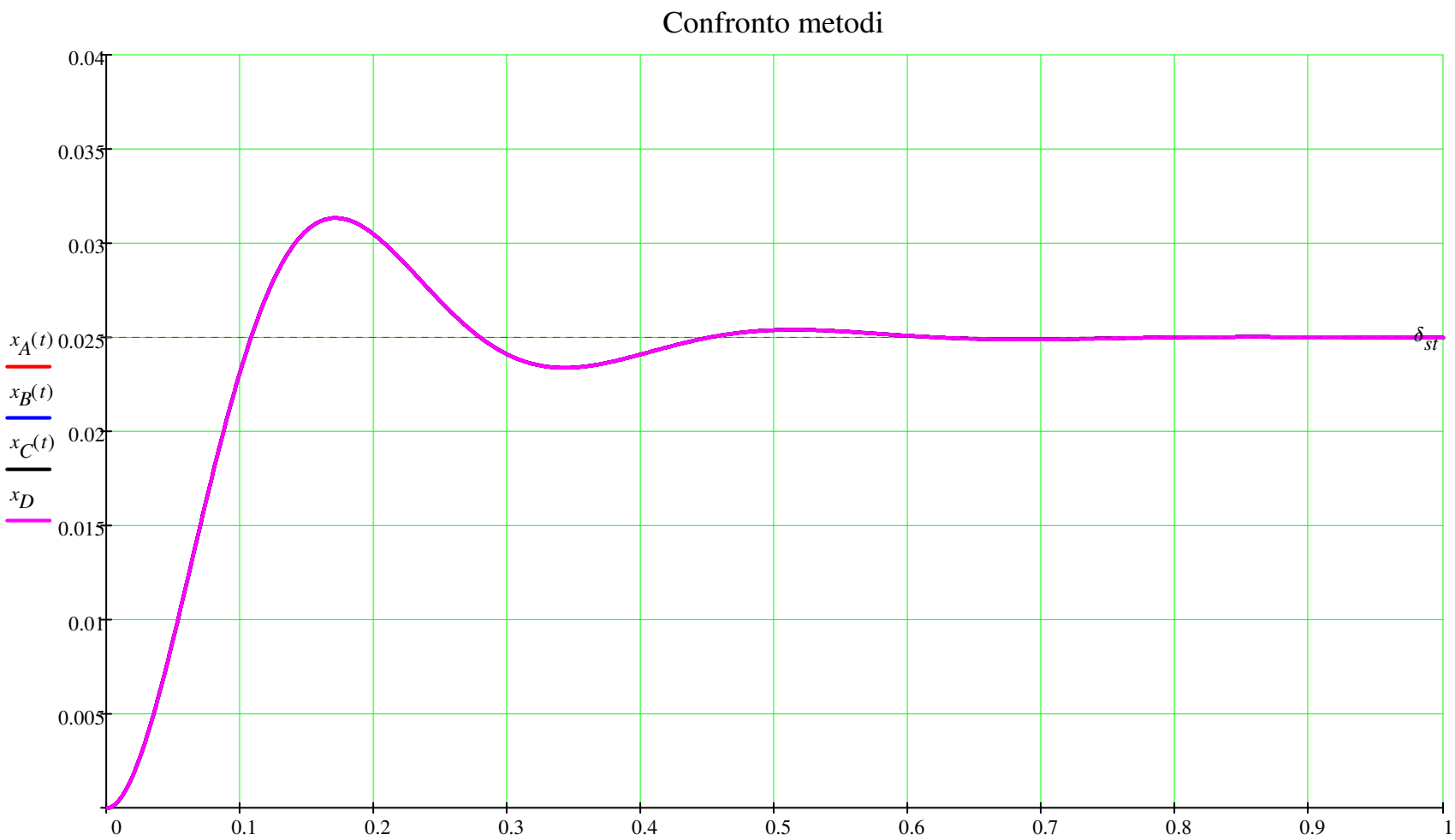
$$EQMOTO(t,y) := \begin{bmatrix} y_2 \\ \frac{1}{m} \cdot \left(F(t) - c \cdot y_2 - k \cdot y_1 \right) \end{bmatrix}$$

$$y := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$N := \frac{T_{max}}{\Delta t} = 1000$$

$$TAB := rkfixed\big(y,0,T_{max},N,EQMOTO\big)$$

$$tempo := TAB^{\langle 1 \rangle} \qquad x_D := TAB^{\langle 2 \rangle}$$



- Metodo A
- Metodo B
- Metodo C
- Metodo D

$t, t, t, tempo$