Studio del transitorio - Sistema ad 1 gdl sotto-smorzato con forzante sinusoidale

$$x(t) := e^{-\xi \cdot \omega \cdot t} \cdot \left(A \cdot \cos\left(\omega_s \cdot t\right) + B \cdot \sin\left(\omega_s \cdot t\right) \right) + X \cdot \sin(\Omega \cdot t - \varphi)$$

$$x'(t) := \frac{d}{dt} x(t)$$

Given

$$x(0) = x_0$$

$$x'(0) = v_0$$

$$\text{Find}(A, B) \rightarrow \begin{pmatrix} x_0 + X \cdot \sin(\varphi) \\ \dfrac{v_0 - X \cdot \Omega \cdot \cos(\varphi) + \xi \cdot \omega \cdot x_0 + X \cdot \xi \cdot \omega \cdot \sin(\varphi)}{\omega_s} \end{pmatrix}$$

$$m := 5$$

$$k := 1200$$

$$c := 5$$

$$F_0 := 100$$

$$\Omega := 8$$

$x_0 := 0.3$

$v_0 := 0$

$\omega := \sqrt{\dfrac{k}{m}} = 15.492$

$\xi := \dfrac{c}{2 \cdot m \cdot \omega} = 0.032$ $\qquad\qquad$ $\xi = 3.227 \cdot \%$

$\omega_S := \omega \cdot \sqrt{1 - \xi^2} = 15.484$

$X := \dfrac{F_0}{\sqrt{\left(k - m \cdot \Omega^2\right)^2 + (c \cdot \Omega)^2}} = 0.114$

$\varphi := atan2\left[\left(k - m \cdot \Omega^2\right), (c \cdot \Omega)\right] = 0.045 \cdot rad$

$\varphi = 2.603 \cdot deg$

$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} x_0 + X \cdot sin(\varphi) \\ \dfrac{v_0 - X \cdot \Omega \cdot cos(\varphi) + \xi \cdot \omega \cdot x_0 + X \cdot \xi \cdot \omega \cdot sin(\varphi)}{\omega_S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.305 \\ -0.049 \end{pmatrix}$

$x(t) := e^{-\xi \cdot \omega \cdot t} \cdot \left(A \cdot cos\left(\omega_S \cdot t\right) + B \cdot sin\left(\omega_S \cdot t\right)\right) + X \cdot sin(\Omega \cdot t - \varphi)$

$t := 0, 0.001 .. 15$